

Міністерство освіти і науки України  
Департамент освіти і науки Івано-Франківської  
обласної державної адміністрації  
Департамент освіти та науки Івано-Франківської міської ради  
Центр освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради

**ПОГОДЖЕНО**

Протокол засідання науково-  
методичної ради Івано-Франківського  
обласного інституту післядипломної  
освіти

№ \_\_\_\_\_

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Наказ департаменту освіти і  
науки Івано-Франківської  
облдержадміністрації

№ \_\_\_\_\_

**АВТОРСЬКА ПРОГРАМА**

**“НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ  
МАТЕМАТИКИ ПІДВИЩЕНОЇ СКЛАДНОСТІ”**

Автор:

Казмерчук А. І.,  
керівник гуртка Центру  
освітніх інновацій к. ф.-м. наук,  
учитель вищої категорії, методист

м. Івано-Франківськ  
2025

## **АВТОР ПРОГРАМИ:**

*Казмерчук Анатолій Іванович*, керівник гуртка Центру освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради, спеціаліст вищої категорії, педагогічне звання «Вчитель-методист», доцент кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.

## **РЕЦЕНЗЕНТИ:**

*Махней Олександр Володимирович*, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики Карпатського національного університету імені Василя Стефаника;

*Починок Марія Дмитрівна*, директорка Центру освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради, вчитель математики, керівник гуртка, спеціаліст вищої категорії, педагогічне звання «Вчитель-методист».

## 1. Пояснювальна записка

*Актуальність* – в сучасних умовах розвитку науково-технічного прогресу і зростанню його впливу на рівень і якість життя в Україні важливо ще зі шкільних лав надавати учням освітні послуги, які дозволять їм успішно і якісно ставити і розв'язувати нестандартні задачі математики. У програмі, окрім класичних стандартних олімпіадних тем, розглядаються задачі з новими конструкціями і новими методами їх розв'язування. А також надається можливість оволодіти елементарними основами сучасних пакетів комп'ютерної алгебри і геометрії.

Програма рекомендована для слухачів гуртків в позашкільних закладах освіти 13-17 років.

*Мета програми* – формування ключових компетентностей та створення умов інтелектуального і освітнього розвитку дітей засобами математики.

*Завдання програми* полягають у формуванні таких компетентностей:  
*пізнавальної* – забезпечує ознайомлення з поняттями та знаннями, що дозволяють успішно розв'язувати нестандартні задачі математики;  
*практичної* – сприяє оволодінню навичками розв'язування задач математики, що виникають на математичних олімпіадах, турнірах, конкурсах;  
*творчої* – сприяє формуванню творчих здібностей, необхідних для успішного розв'язування задач підвищеної складності в математиці;  
*соціальної* – сприяє самореалізації особистості в соціумі, професійному середовищі.

*Термін підготовки за програмою* – 2 навчальні роки.

*Загальний обсяг годин* – 288 годин, 4 години на тиждень.

*перший рік навчання* – 144 годин на рік, 4 години на тиждень.

*другий рік навчання* – 144 годин на рік, 4 години на тиждень.

## 2. Навчально-тематичний план

Початковий рівень – 1-й рік навчання

| №<br>п/п | Назва теми                                                                         | Кількість годин |        |          |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------|----------|
|          |                                                                                    | Всього          | Теорія | Практика |
| 1        | Нестандартні формулювання питань в математичних задачах                            | 4               | 2      | 2        |
| 2        | Простіші арифметичні задачі                                                        | 4               | 2      | 2        |
| 3        | Перекладування сірників. Переправи. Зворотний хід                                  | 4               | 2      | 2        |
| 4        | Відновлення арифметичного виразу із заданим значенням                              | 4               | 2      | 2        |
| 5        | Розрізання                                                                         | 4               | 2      | 2        |
| 6        | Конфігурації точок і прямих на площині                                             | 8               | 4      | 4        |
| 7        | Задачі про вік                                                                     | 4               | 2      | 2        |
| 8        | Задачі оптимізації в простих моделях                                               | 4               | 2      | 2        |
| 9        | Задачі про рівномірний рух                                                         | 4               | 2      | 2        |
| 10       | Міркування парності                                                                | 4               | 2      | 2        |
| 11       | Елементарні логічні міркування                                                     | 4               | 2      | 2        |
| 12       | Несподівані формулювання питань (4 год.) Складні нестандартні моделі в математиці. | 4               | 2      | 2        |
| 13       | Переливання                                                                        | 4               | 2      | 2        |
| 14       | Відсотки                                                                           | 4               | 2      | 2        |
| 15       | Маршрути шахових фігур                                                             | 4               | 2      | 2        |
| 16       | Середнє арифметичне                                                                | 4               | 2      | 2        |
| 17       | Текстові задачі на складання рівнянь                                               | 4               | 2      | 2        |
| 18       | Принцип Діріхле                                                                    | 4               | 2      | 2        |
| 19       | Гамільтонові маршрути                                                              | 4               | 2      | 2        |
| 20       | Задачі математичної лінгвістики                                                    | 4               | 2      | 2        |
| 21       | Зважування                                                                         | 4               | 2      | 2        |
| 22       | Спільна робота                                                                     | 4               | 2      | 2        |
| 23       | Елементи теорії подільності                                                        | 8               | 4      | 4        |
| 24       | Двосторонні ігри                                                                   | 4               | 2      | 2        |
| 25       | Ребуси                                                                             | 4               | 2      | 2        |
| 26       | Прості конструкції                                                                 | 4               | 2      | 2        |

|       |                                               |     |    |    |
|-------|-----------------------------------------------|-----|----|----|
| 27    | Метод математичної індукції                   | 4   | 2  | 2  |
| 28    | Конструкції з точками і відрізками на площині | 4   | 2  | 2  |
| 29    | Конструкції з періодичністю                   | 4   | 2  | 2  |
| 30    | Метод крайнього                               | 4   | 2  | 2  |
| 31    | Простіша комбінаторика                        | 4   | 2  | 2  |
| 32    | Парадокси і софізми                           | 4   | 2  | 2  |
| 33    | Складні арифметичні конструкції. Судоку       | 4   | 2  | 2  |
| 34    | Елементи матричної теорії ігор                | 4   | 2  | 2  |
| Разом |                                               | 144 | 72 | 72 |

Основний рівень – 2-й рік навчання

| № п/п | Назва теми                                                                     | Кількість годин |        |          |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------|----------|
|       |                                                                                | Всього          | Теорія | Практика |
| 35    | Алгебраїчні вирази                                                             | 12              | 6      | 6        |
| 36    | Раціональні рівняння, нерівності і системи                                     | 16              | 8      | 8        |
| 37    | Системи рівнянь                                                                | 12              | 6      | 6        |
| 38    | Нескінченні набори заданої властивості                                         | 8               | 4      | 4        |
| 39    | Метод розфарбування                                                            | 12              | 6      | 6        |
| 40    | Подільність, остачі                                                            | 12              | 6      | 6        |
| 41    | Діофантові рівняння. Лінійні рівняння, системи лінійних рівнянь. Рівняння Пеля | 16              | 8      | 8        |
| 42    | Класичні нерівності                                                            | 12              | 6      | 6        |
| 43    | Задачі на побудову                                                             | 16              | 8      | 8        |
| 44    | Задачі на дослідження геометричних фігур                                       | 16              | 8      | 8        |
| 45    | Геометричні задачі на максимум і мінімум                                       | 12              | 6      | 6        |
| Разом |                                                                                | 144             | 72     | 72       |

### **3.Зміст програми**

#### **1. Нестандартні формулювання питань в математичних задачах (4 год.)**

*Теоретична частина* Цікаві питання і задачі з оригінальним змістом.

*Практична частина* Розв'язування задач з оригінальним змістом

#### **2. Простіші арифметичні задачі (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на основні арифметичні дії в простих конструкціях.

*Практична частина* Розв'язування задач з простими конструкціями.

#### **3. Перекладування сірників. Переправи. Зворотний хід (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач на перекладування сірників, переправи та зворотній хід.

#### **4. Відновлення арифметичного виразу із заданим значенням (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на отримання даного результату після розставляння знаків, дужок, вставляння пропущених цифр, чисел тощо.

*Практична частина* Розв'язування задач з розставлянням знаків, дужок, вставлянням пропущених цифр.

#### **5. Розрізання (4 год.)**

*Теоретична частина* Розрізання клітчастого паперу із дотриманням визначених умов.

*Практична частина* Розв'язування задач на клітчастому папері.

#### **6. Конфігурації точок і прямих на площині (8 год.)**

*Теоретична частина* Взаємне розташування точок і прямих на площині. Аналіз можливих конфігурацій.

*Практична частина* Розв'язування задач з простими конфігураціями точок і прямих.

## **7. Задачі про вік (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач про вік.

## **8. Задачі оптимізації в простих моделях (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на відшукування найбільшого або найменшого значення характеристики в даній моделі.

*Практична частина* Розв'язування задач оптимізації в простих моделях

## **9. Задачі про рівномірний рух (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач про рівномірний рух.

## **10. Міркування парності (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач з використанням парності.

## **11. Елементарні логічні міркування (4 год.)**

*Теоретична частина* Основне правило виведення. Формулювання заперечення вихідного виловлювання.

*Практична частина* Розв'язування задач з логічними міркуваннями.

## **12. Несподівані формулювання питань (4 год.)**

*Теоретична частина* Складні нестандартні моделі в математиці.

*Практична частина* Розв'язування задач з нестандартними формулюваннями і питаннями.

### **13.Переливання (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на зміну значень складових на фіксовані величини.

*Практична частина* Розв'язування задач на переливання і використанням рівняння балансу.

### **14.Відсотки (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на прості і складені відсотки.

*Практична частина* Розв'язування задач і з використанням простих і складених відсотків

### **15.Маршрути шахових фігур (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на визначення існування або відшукування маршрутів коня, тури, короля, слона і ферзя.

*Практична частина* Розв'язування задач з маршрутами з визначеними характеристиками.

### **16.Середнє арифметичне (4 год.)**

*Теоретична частина* Визначення середнього арифметичного по заданих даних. Визначення даданка по середньому арифметичному і по решті доданків.

*Практична частина* Розв'язування задач з використанням середнього арифметичного.

### **17.Текстові задачі на складання рівнянь (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі на відшукування двох або кількох чисел за їх сумою і різницею. Задачі на відшукування двох або кількох чисел за їх сумою (різницею) і кратним відношенням.

*Практична частина* Розв'язування задач на відшукування невідомої величини за двома різницями. Задачі, що розв'язуються способом заміни.

## **18.Принцип Діріхле (4 год.)**

*Теоретична частина* Класичний принцип Діріхле, а також його модифікація.

*Практична частина* Розв'язування задач на простіший принцип Діріхле та його модифікації.

## **19.Гамільтонові маршрути (4 год.)**

*Теоретична частина* Відшукування маршрутів по вершинах заданого графа або встановлення існування або неіснування такого маршрута.

*Практична частина* Розв'язування задач на гамільтонові маршрути.

## **20.Задачі математичної лінгвістики (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач математичної лінгвістики

## **21.Зважування (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач на зважування.

## **22.Спільна робота (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування задач на спільну роботу двох та трьох учасників.

### **23.Елементи теорії подільності (8 год.)**

*Теоретична частина* Ознаки подільності. Конструювання ознак подільності.

*Практична частина* Розв'язування задач теорії подільності.

### **24.Двосторонні ігри (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування простих задач двосторонньої гри.

### **25.Ребуси (4 год.)**

*Теоретична частина* Задачі конкретно визначеного типу.

*Практична частина* Розв'язування ребусів і шарад.

### **26.Прості конструкції (4 год.)**

*Теоретична частина* Числове заповнення таблиць. Числові паліндроми. Викладання фігур сірниками тощо.

*Практична частина* Розв'язування задач з простими конструкціями.

### **27.Метод математичної індукції (4 год.)**

*Теоретична частина* Види індуктивних доведень. Суть методу повної математичної індукції та його складові частини.

*Практична частина* Розв'язування задач із застосуванням методу повної математичної індукції до доведень.

### **28.Конструкції з точками і відрізками на площині (4 год.)**

*Теоретична частина* Різні конфігурації точок і відрізків на площині. Дослідження засобами комп'ютерного середовища GeoGebra.

*Практична частина* Розв'язування задач з різноманітними конструкціями на площині.

### **29.Конструкції з періодичністю (4 год.)**

*Теоретична частина* Періодичність в геометрії на прямій і на площині. Дослідження засобами комп'ютерного середовища GeoGebra.

*Практична частина* Розв'язування задач з періодичною симетрією, фрактали.

### **30.Метод крайнього (4 год.)**

*Теоретична частина* Застосування класичного методу крайнього до розв'язування задач.

*Практична частина* Розв'язування задач із застосуванням методу крайнього

### **31.Простіша комбінаторика (4 год.)**

*Теоретична частина* Розміщення. Комбінації. Перестановки. Перестановки і розміщення з повтореннями. Група перестановок. Простіші рівняння в групі перестановок. Біном Ньютона.

*Практична частина* Розв'язування задач простішої комбінаторики.

### **32.Парадокси і софізми (4 год.)**

*Теоретична частина* Математичні суперечливі твердження з неявними помилковими логічним переходами.

*Практична частина* Розв'язування задач з парадоксами і софізмами.

### **33.Складні арифметичні конструкції. Судоку (4 год.)**

*Теоретична частина* Відомі арифметичні головоломки і модельні комплекси.

*Практична частина* Розв'язування задач з головоломками. Основні прийоми розв'язування судоку.

### **34.Елементи матричної теорії ігор (4 год.)**

*Теоретична частина* Основні поняття, постановки і приклади розв'язування задач.

*Практична частина* Розв'язування задач матричної теорії ігор з чистими стратегіями.

### **35.Алгебраїчні вирази (12 год.)**

*Теоретична частина* Деякі практичні рекомендації щодо тотожних перетворень, приклади. Заміна змінних. Умовні рівності, задачі.

*Практична частина* Розв'язування задач і прикладів з заміною змінних.

### **36.Рациональні рівняння, нерівності і системи (16 год.)**

*Теоретична частина* Основні теореми про рівносильність рівнянь і нерівностей, приклади.

*Практична частина* Розв'язування задач з рівняннями та нерівностями. Приклади простіших систем.

### **37.Системи рівнянь (12 год.)**

*Теоретична частина* Основні теореми про рівносильність систем рівнянь і нерівностей загального вигляду.

*Практична частина* Розв'язування систем рівнянь і нерівностей загального вигляду.

### **38.Нескінченні набори заданої властивості (8 год.)**

*Теоретична частина* Набори з заданими арифметичними характеристиками. Їх властивості.

*Практична частина* Задачі з нескінченими наборами конкретної властивості.

### **39.Метод розфарбування (12 год.)**

*Теоретична частина* Основні методи розфарбування в комбінаторній геометрії.

*Практична частина* Розв'язування задач комбінаторної геометрії на розфарбування.

#### **40.Подільність, остачі (12 год.)**

*Теоретична частина* Китайська теорема про остачі. Мала теорема Ферма. Теорема Ейлера про остачі.

*Практична частина* Розв'язування задач подільності з використанням теорем Ферма, Ейлера про остачі.

#### **41.Діофантові рівняння. Лінійні рівняння, системи лінійних рівнянь. Рівняння Пеля (16 год.)**

*Теоретична частина* Загальні методи розв'язування лінійних діофантових рівнянь, систем таких рівнянь. Розв'язність рівняння Пеля. Метод спуску.

*Практична частина* Розв'язування діофантових рівнянь: від простішого до складного.

#### **42.Класичні нерівності (12 год.)**

*Теоретична частина* Нерівності між середнім арифметичним, геометричним, квадратичним, гармонічним для двох та кількох чисел. Циклічні, симетричні нерівності. Нерівність Коші.

*Практична частина* Розв'язування задач з використанням класичних нерівностей. Доведення нерівностей.

#### **43.Задачі на побудову (16 год.)**

*Теоретична частина* Загальна схема розв'язування задач на побудову. Метод симетрії. Обертання площини навколо точки. Паралельне перенесення. Метод подібності. Алгебраїчний метод розв'язування задач на побудову. Задачі на побудову обмеженими засобами. Побудова засобами комп'ютерного середовища GeoGebra.

*Практична частина* Розв'язування задач на побудову і таких, що потребують лише обмежених засобів.

#### **44. Задачі на дослідження геометричних фігур (16 год.)**

*Теоретична частина* Теореми Паппа, Менелая, Чеви, Птолемея, Дезарга, Стюарта та їх застосування. Геометрія трикутника і чотирикутника. Геометрія вписаних та описаних фігур. Дослідження засобами комп'ютерного середовища GeoGebra.

*Практична частина* Розв'язування задач з використанням простішої проективної геометрії.

#### **45. Геометричні задачі на максимум і мінімум (12 год.)**

*Теоретична частина* Найбільші і найменші значення периметра, площі та інших характеристик геометричних фігур за накладених додаткових умов. Дослідження засобами комп'ютерного середовища GeoGebra.

*Практична частина* Розв'язування оптимізаційних задач в геометрії.

### **4. Прогнозований результат**

Слухачі повинні засвоїти увесь прослуханий курс, бути здатними успішно виконати завдання контрольної роботи. Отримані знання і вміння слухачі повинні продемонструвати під час участі в математичних олімпіадах, математичних турнірах, математичних конкурсах (за наявністю планування).

*Слухачі мають знати:*

- основні прийоми розв'язування простіших задач;
- властивості числових рівнянь та числових нерівностей;
- метод математичної індукції;

- класичні нерівності;
- властивості алгебраїчних рівнянь;
- елементи теорії ймовірностей;
- основні об'єкти в геометрії.

*Слухачі мають вміти:*

- розв'язувати діофантові рівняння;
- перетворювати вирази з елементарними функціями;
- правильно здійснювати рівносильні перетворювання;
- застосовувати набуті знання в наукових дослідженнях;
- будувати адекватні математичні моделі і аналізувати їх;
- виконувати геометричні побудови;
- аналізувати умову поставленої задачі і здійснювати правильний вибір методу розв'язування.

*Слухачі мають набути досвід:*

- застосування набутих навичок і вмінь при розв'язуванні олімпіадних, турнірних та дослідницьких задач в математиці;
- самовдосконалення та зміцнення основи базових знань;
- представлення наукової інформації та її візуалізації.

## **5. Рекомендована література**

1. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. - М., Наука, 1975
2. Казмерчук А. І. Нестандартні методи розв'язування задач математики підвищеної складності. Рівняння, нерівності та системи рівнянь і нерівностей: Навчально-методичний посібник. - Івано-Франківськ, 2015.
3. Никифорчин О.Р., Собкович Р.І., Казмерчук А.І. Збірник тестових завдань з математики / За ред. О.Р. Никифорчина. — Івано-Франківськ, 2006.
4. Спивак А.В. Математический кружок. - М., Посев, 2003.