

Міністерство освіти і науки України
Департамент освіти і науки Івано-Франківської
обласної державної адміністрації
Департамент освіти та науки Івано-Франківської міської ради
Центр освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради

ПОГОДЖЕНО

Протокол засідання науково-
методичної ради Івано-Франківського
обласного інституту післядипломної
освіти

№ _____

ЗАТВЕРДЖЕНО

Наказ департаменту освіти і
науки Івано-Франківської
облдержадміністрації

№ _____

АВТОРСЬКА ПРОГРАМА

“ЗАДАЧІ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ”

Автори:

Казмерчук А. І.,

керівник гуртка Центру
освітніх інновацій

к. ф.-м. наук, учитель вищої
категорії, методист;

Починок М. Д., директор

Центру освітніх інновацій

учитель вищої категорії,

методист

м. Івано-Франківськ

2025

АВТОРИ ПРОГРАМИ:

Казмерчук Анатолій Іванович, керівник гуртка Центру освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради, спеціаліст вищої категорії, педагогічне звання «Вчитель-методист», доцент кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики Карпатського національного університету імені Василя Стефаника;

Починок Марія Дмитрівна, директорка Центру освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради, вчитель математики, керівник гуртка, спеціаліст вищої категорії, педагогічне звання «Вчитель-методист».

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Василишин Павло Богданович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики Карпатського національного університету імені Василя Стефаника, спеціаліст вищої категорії;

Лугова Світлана Іванівна, керівник гуртка Центру освітніх інновацій Івано-Франківської міської ради, вчитель математики Івано-Франківського ліцею №6 імені Івана Ревчука, спеціаліст вищої категорії, педагогічне звання «Старший учитель».

1. Пояснювальна записка

Актуальність – в сучасних умовах розвитку науково-технічного прогресу і зростанню його впливу на рівень і якість життя в Україні важливо ще зі шкільних лав надавати учням освітні послуги, які дозволять їм успішно і якісно вести наукові дослідження в галузях математики та прикладної математики. У програмі окрім класичних знань і вмінь математики надається можливість оволодіти елементарними основами сучасних пакетів комп'ютерної алгебри і геометрії.

Програма рекомендована для слухачів гуртків в позашкільних закладах освіти та в Малій академії наук - учнів 9-11 класів.

Мета програми – формування ключових компетентностей та створення умов інтелектуального і освітнього розвитку дітей засобами математики.

Завдання програми полягають у формуванні таких компетентностей: *пізнавальної* – забезпечує ознайомлення з поняттями та знаннями, що дозволяють успішно вести наукові дослідження в математиці та прикладній математиці;

практичної – сприяє оволодінню навичками розв'язування задач математики, що виникають в наукових дослідженнях в галузях математики та прикладної математики;

творчої – сприяє формуванню творчих здібностей, необхідних для успішного розв'язування дослідницьких задач в математиці та прикладній математиці;

соціальної – сприяє самореалізації особистості в соціумі, професійному середовищі.

Термін підготовки за програмою – 2 навчальні роки.

Загальний обсяг годин – 288 годин, 4 години на тиждень.

перший рік навчання – 144 годин на рік, 4 години на тиждень.

другий рік навчання – 144 годин на рік, 4 години на тиждень.

2. Навчально-тематичний план

Початковий рівень – 1-й рік навчання

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		Всього	Теорія	Практика
1	Базові поняття арифметики	10	6	4
2	Метод математичної індукції	10	4	6
3	Текстові задачі	14	8	6
4	Основи теорії многочленів	16	8	8
5	Модулі в рівняннях, нерівностях, графіках	10	4	6
6	Нерівності вищих степенів	10	6	4
7	Тотожні перетворення алгебраїчних виразів. Рівносильність рівнянь і нерівностей	10	4	6
8	Методи доведення нерівностей	12	6	6
9	Задачі з параметрами	16	8	8
10	Основні задачі на доведення в планіметрії	12	6	6
11	Задачі на побудову на площині	12	6	6
12	Вектори та їх застосування	12	6	6
Разом		144	72	72

Основний рівень – 2-й рік навчання

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		Всього	Теорія	Практика
13	Метод координат	10	6	4
14	Елементи комбінаторики	4	2	2
15	Неперервність та диференційовність функцій	10	4	6
16	Елементарні функції, їх властивості, графіки	12	6	6
17	Тригонометрія в геометрії	12	6	6
18	Перетворення тригонометричних виразів	12	6	6
19	Тригонометричні рівняння і нерівності	12	6	6
20	Зображення геометричних фігур	10	6	4
21	Вектори в стереометрії та їх застосування	14	6	8

22	Взаємне розташування прямих і площин в просторі	10	6	4
23	Основні поняття математичної логіки	12	6	6
24	Елементи теорії ймовірностей	12	6	6
25	Перетворення виразів і розв'язування рівнянь та нерівностей з показниковими та логарифмічними функціями	14	6	8
Разом		144	72	72

3.Зміст програми

1. Базові поняття арифметики (10 год.)

Теоретична частина Операції додавання, віднімання, множення, ділення дійсних чисел та їх властивості. Властивості числових рівнянь та числових нерівностей. Правило пропорцій. Відсотки. Піднесення до степеня. Добування коренів. Класичні методи і схеми. Швидке множення. Швидке піднесення до степеня.

Практична частина Розв'язування задач з рівняннями і нерівностями.

2. Метод математичної індукції (10 год.)

Теоретична частина Види індуктивних доведень. Суть методу повної математичної індукції та його складові частини. Застосування методу повної математичної індукції до доведень в математиці.

Практична частина Розв'язування задач на метод матіндукції в алгебрі і комбінаторній геометрії.

3. Текстові задачі (14 год.)

Теоретична частина Задачі на відшукування двох або кількох чисел за їх сумою і різницею. Задачі на відшукування двох або кількох чисел за їх сумою (різницею) і кратним відношенням. Задачі на відшукування невідомої величини за двома різницями. Задачі, що розв'язуються способом заміни. Задачі на припущення. Задачі на спільну роботу. Задачі на рух. Задачі на відсотки.

Практична частина Розв'язування задач на спільну роботу і спільний рух.

4. Основи теорії многочленів. (16 год.)

Теоретична частина Стандартна форма многочлена. Відшукування коренів многочленів. Теорема Вієта. Теорема Безу. Розкладання многочлена на множники. Застосування при розв'язуванні рівнянь і нерівностей вищих порядків.

Практична частина Розв'язування задач з алгебраїчними рівняннями.

5. Модулі в рівняннях, нерівностях, графіках (10 год.)

Теоретична частина. Вправи на тотожні перетворення виразів (раціональних, ірраціональних, тригонометричних), що містять знак абсолютної величини. Рівняння і нерівності з модулями. Функції та їх графіки.

Практична частина Розв'язування задач на тотожні перетворення виразів.

6. Нерівності вищих степенів (10 год.)

Теоретична частина Метод інтервалів розв'язування нерівностей. Врахування кратності коренів. Дробові та ірраціональні нерівності. Метод інтервалів розв'язування тригонометричних нерівностей.

Практична частина Розв'язування задач на метод інтервалів.

7. Тотожні перетворення алгебраїчних виразів. Рівносильність рівнянь і нерівностей (10 год.)

Теоретична частина Деякі практичні рекомендації щодо тотожних перетворень, приклади. Заміна змінних. Умовні рівності, задачі. Основні теореми про рівносильність рівнянь і нерівностей, приклади. Розв'язування складніших вправ на тотожні перетворення, спрощення виразів.

Практична частина Розв'язування задач з врахуванням рівносильності рівнянь і нерівностей.

8. Методи доведення нерівностей (12 год.)

Теоретична частина Класичні нерівності між середніми. Циклічні, симетричні нерівності. Метод монотонності, опуклості. Нерівність Єнсена. Нерівність Коші. Нерівність Коші-Буняковського.

Практична частина Розв'язування задач на класичні нерівності.

9. Задачі з параметрами (16 год.)

Теоретична частина Раціональні рівняння і нерівності. Рівняння й нерівності, що містять невідому величину під знаком модуля. Ірраціональні рівняння і нерівності. Системи лінійних рівнянь. Системи нелінійних рівнянь. Системи нерівностей.

Практична частина Розв'язування задач з рівняннями і системами рівнянь

10. Основні задачі на доведення в планіметрії (12 год.)

Теоретична частина Геометрія трикутника. Особливі точки трикутника. Відстань між центрами описаного і вписаного кіл. Деякі прямі в трикутнику (пряма Сімпсона, пряма Ейлера). Теореми Паппа, Менелая, Чеви, Птолемея,

Дезарга, Стюарта та їх застосування. Геометрія чотирикутника. Геометрія вписаних та описаних фігур.

Практична частина Розв'язування геометричних задач з трикутником і його особливими точками і прямими.

11.Задачі на побудову на площині (12 год.)

Теоретична частина Інструменти геометричних побудов. Види задач. Кількість даних, що характеризують положення фігури на площині. Загальна схема розв'язування задач на побудову. Метод симетрії. Обертання площини навколо точки. Паралельне перенесення. Метод подібності. Алгебраїчний метод розв'язування задач на побудову. Задачі на побудову обмеженими засобами. Побудова засобами комп'ютерного середовища GeoGebra.

Практична частина Розв'язування задач на побудову.

12.Вектори та їх застосування (12 год.)

Теоретична частина Огляд основних відомостей про вектори. Розв'язування вправ на розкладання векторів у заданому базисі. Знаходження довжини вектора, кута між векторами з допомогою розкладу. Застосування векторів для доведення геометричних тверджень. Розв'язування задач в комп'ютерному середовищі GeoGebra.

Практична частина Розв'язування задач з векторами.

13.Метод координат (10 год.)

Теоретична частина Декартова система координат. Криволінійні системи координат. Приклади. Складання рівнянь окремих ліній. Застосування методу координат до розв'язування геометричних задач. Розв'язування задач в комп'ютерному середовищі GeoGebra.

Практична частина Розв'язування задач на метод координат та його модифікації.

14.Елементи комбінаторики (4 год.)

Теоретична частина Розміщення. Комбінації. Перестановки. Перестановки і розміщення з повтореннями. Група перестановок. Простіші рівняння в групі перестановок. Біном Ньютона.

Практична частина Розв'язування задач з комбінаторики і елементами дискретної математики

15.Неперервність та диференційовність функцій (10 год.)

Теоретична частина . Методи дослідження неперервності функцій. Методи відшукування похідних. Застосування системи комп'ютерної алгебри MAPLE.

Практична частина Розв'язування задач дослідження неперервності і диференційовності.

16.Елементарні функції, їх властивості, графіки (12 год.)

Теоретична частина Поняття функції, її властивості, графік. Лінійні та квадратичні функції, їх властивості та графік. Раціональна функція, її властивості та графік. Алгебраїчні та геометричні методи побудови графіків елементарних функцій. Неперервність, монотонність, опуклість. Асимптоти. Алгебраїчні нерівності в термінах монотонних і опуклих функцій. Застосування системи комп'ютерної алгебри MAPLE та GeoGebra.

Практична частина Розв'язування задач на дослідження функції і побудову графіків функцій.

17.Тригонометрія в геометрії (12 год.)

Теоретична частина Основні методи застосування тригонометричних формул в задачах геометрії.

Практична частина Розв'язування геометричних задач з використанням тригонометрії.

18.Перетворення тригонометричних виразів (12 год.)

Теоретична частина Основні тригонометричні функції, їх властивості та графіки. Визначення періоду складних тригонометричних функцій. Необхідні і достатні умови періодичності суми, добутку, частки тригонометричних функцій. Система вправ на дослідження та побудову графіків тригонометричних функцій.

Практична частина Розв'язування задач на визначення основних властивостей тригонометричних виразів.

19.Тригонометричні рівняння і нерівності (12 год.)

Теоретична частина Найпростіші тригонометричні рівняння та ті, що зводяться до них. Основні типи тригонометричних рівнянь, які розв'язуються елементарними методами. Перетворення, спрощення тригонометричних рівнянь, виявлення сторонніх коренів. Розв'язування дробових, ірраціональних тригонометричних рівнянь. Методи перевірки розв'язків. Метод інтервалів розв'язування тригонометричних нерівностей.

Практична частина Розв'язування задач з використанням методу інтервалів.

20.Зображення геометричних фігур (10 год.)

Теоретична частина Проекційне зображення. Зображення трикутників, чотирикутників, кола в довільній паралельній проекції. Зображення многогранників, циліндра, конуса, сфери. Поняття про повні і неповні зображення, метрично визначені зображення. Зображення просторових фігур у комбінації із сферою, циліндром, конусом.

Практична частина Розв'язування задач із зображенням фігур у просторі.

21.Вектори в стереометрії та їх застосування (14 год.)

Теоретична частина Огляд основних відомостей про вектори в просторі. Розв'язування геометричних задач та доведення окремих тверджень з допомогою векторів.

Практична частина Розв'язування стереометричних задач з використанням векторів

22.Взаємне розташування прямих і площин в просторі (10 год.)

Теоретична частина Аксиоматика стереометрії. Паралельність прямих і площин. Задачі на доведення. Перпендикулярність прямих і площин. Задачі на побудову та доведення. Відстані та кути між фігурами.

Практична частина Розв'язування стереометричних задач з використанням аналізу взаємного розташування прямих і площин в просторі.

23.Основні поняття математичної логіки (12 год.)

Теоретична частина Висловлення. Операції над висловленнями та їх властивості. Розв'язування логічних задач за допомогою операцій над висловленнями. Розв'язування задач складанням таблиць. Розв'язування задач з допомогою графів. Системи числення.

Практична частина Розв'язування задач математичної логіки.

24.Елементи теорії ймовірностей (12 год.)

Теоретична частина . Класичне означення ймовірності події. Обчислення ймовірностей з допомогою формул комбінаторики. Геометричні методи в теорії ймовірностей. Обчислення ймовірностей складних подій.

Практична частина Розв'язування задач теорії ймовірностей.

25.Перетворення виразів і розв'язування рівнянь та нерівностей з показниковими та логарифмічними функціями (14 год.)

Теоретична частина Показникові і логарифмічні рівняння і нерівності. Системи показникових і логарифмічних рівнянь. Системи нелінійних рівнянь. Системи нерівностей. Рівняння й нерівності, що містять складні функції.

Практична частина Розв'язування задач з використанням рівносильних перетворень виразів з показниковими та логарифмічними функціями

4. Прогнозований результат

Слухачі повинні засвоїти увесь прослуханий курс, бути здатними успішно виконати завдання контрольної роботи. Отримані знання і вміння слухачі повинні продемонструвати під час захисту наукової роботи (за наявністю планування).

Слухачі і мають знати:

- властивості числових рівнянь та числових нерівностей.;
- метод математичної індукції;
- властивості алгебраїчних рівнянь;
- основні методи математичного аналізу;
- властивості і перетворення з елементарними функціями;
- елементи теорії ймовірностей;
- основні об'єкти в стереометрії.
-

Слухачі мають вміти:

- перетворювати вирази з елементарними функціями;
- правильно здійснювати рівносильні перетворювання;
- застосовувати набуті знання в наукових дослідженнях;
- будувати адекватні математичні моделі і аналізувати їх;
- виконувати геометричні побудови в задачах стереометрії;
- аналізувати умову поставленої задачі і здійснювати правильний вибір методу розв'язування.
-

Слухачі мають набути досвід:

- застосування набутих навичок і вмінь при розв'язуванні дослідницьких задач в математиці та прикладній математиці;
- самовдосконалення та зміцнення основи базових знань;
- представлення наукової інформації та її візуалізації.

5. Рекомендована література

1. Казмерчук А. І. Нестандартні методи розв'язування задач математики підвищеної складності. Рівняння, нерівності та системи рівнянь і нерівностей: Навчально-методичний посібник. - Івано-Франківськ, 2015.

2. Никифорчин О.Р., Собкович Р.І., Казмерчук А.І. Збірник тестових завдань з математики / За ред. О.Р. Никифорчина. — Івано-Франківськ, 2006.
3. Сканаві М.І. Збірник задач з математики для вступників до вузів : Навч. посібник / За ред. М.І. Сканаві. — К., 2000.
4. Титаренко О.М. 5770 задач з математики / О.М. Титаренко. — Харків, 2004.
5. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по математике для средней школы / А.Г.. Цыпкин, А.И. Пинский. — М., 1989.