

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА



Факультет математики та інформатики
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ»

Рівень вищої освіти: Перший (бакалаврський)

Освітня програма: Комп'ютерне моделювання та
технології програмування

Спеціальність: F1 Прикладна математика

Галузь знань: F Інформаційні технології

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 26 серпня 2025 р.

| 1. Загальна інформація | |
|---|---|
| Назва дисципліни | Функціональний аналіз |
| Викладач (-і) | д. ф.-м.н., проф. Дмитришин М.І. |
| Контактний телефон викладача | (0342)596027 |
| E-mail викладача | marian.dmytryshyn@pnu.edu.ua |
| Формат дисципліни | Очний |
| Обсяг дисципліни | 90 год./3 кредити ЄКТС |
| Посилання на сайт дистанційного навчання | https://d-learn.pnu.edu.ua/developer/course/view/5925 |
| Консультації | |
| 2. Анотація до навчальної дисципліни | |
| <p>Предметом вивчення дисципліни «Функціональний аналіз» є основні положення функціонального аналізу, включаючи елементи теорії множин, загальної теорії неперервних відображень в метричних і топологічних просторах, теорії інтегрування, теорії лінійних функціоналів і операторів, спектральної теорії операторів, а також їх застосування для розв'язування практичних задач.</p> | |
| 3. Мета та цілі навчальної дисципліни | |
| <p>Метою вивчення навчальної дисципліни є оволодіння основними положеннями функціонального аналізу і загальної теорії міри.</p> <p>Основними цілями вивчення дисципліни є формування теоретичних основ і практичних навиків використання основних положень функціонального аналізу і загальної теорії міри для подальшої навчальної і практичної діяльності студентів.</p> | |
| 4. Програмні компетентності та результати навчання | |
| <p>ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p> <p>РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.</p> <p>РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.</p> | |
| 5. Організація навчання | |
| Обсяг навчальної дисципліни | |
| Вид заняття | Загальна кількість годин |
| Лекції | 10 |
| Семінарські/ Практичні/Лабораторні заняття | 20 |
| Самостійна робота | 60 |

| Ознаки навчальної дисципліни | | | |
|--|-------------------------|--|----------------------|
| Семестр | Спеціальність | Рік навчання | Нормативна/вибіркова |
| 4 | F1 Прикладна математика | 2 | Нормативна |
| Тематика навчальної дисципліни | | | |
| Тема | Кількість годин | | |
| | Лекції | Семінарські/ Практичні/ Лабораторні/ | Сам. робота |
| Тема 1. Множини. Системи множин. Поняття множини. Операції над множинами. Зліченні та незліченні множини. Потужність множини. Канторова множина. Кільце множин. Алгебра множин. | 1 | 2 | 6 |
| Тема 2. Метричні і топологічні простори. Означення та приклади метричних просторів. Збіжність. Відкриті і замкнені множини. Повні метричні простори. простори. Топологічні простори. Компактність. | 1 | 2 | 6 |
| Тема 3. Міра плоских множин. Загальне поняття міри Міра елементарних прямокутника множин. Лебегова міра плоских множин. Загальне поняття міри. Продовження міри з півкільця на кільце. Адитивність і σ -адитивність міри. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 4. Лебегове продовження Множини, вимірні за міри. Лебегове продовження міри, визначеної на півкільці. Поняття про σ -скінченні міри. Продовження міри за Жорданом. Однозначність продовження міри. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 5. Вимірні функції. Означення та властивості вимірних функцій. Дії над вимірними функціями. Еквівалентність. Збіжність майже скрізь. Теорема Єгорова. Збіжність за мірою. | 1 | 2 | 6 |
| Тема 6. Інтеграл Лебега. Означення інтеграла Лебега на множині скінченної міри. Властивості інтеграла Лебега. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Порівняння інтегралів Лебега і Рімана. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 7. Прямі добутки систем множин і мір. Добутки систем множин. Добутки мір. Теорема Фубіні. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 8. Невизначений інтеграл Лебега. | 1 | 2 | 6 |

| | | | |
|--|-----|----|----|
| Монотонні функції. Диференційовність інтеграла по верхній межі. Похідна невизначеного інтеграла Лебега. Абсолютно неперервні функції. Інтеграл Лебега як функція множини. Теорема Радона-Нікодіма. Міри та інтеграл Лебега-Стільтьєса. | | | |
| Тема 9. Повні метричні простори. Означення і приклади повних метричних просторів. Теорема про вкладені кулі. Теорема Бера. Принцип стискаючих відображень. Застосування принципу стискаючих відображень. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 10. Лінійні та нормовані простори Означення і приклади лінійних просторів. Підпростори. Фактор-простори. Лінійні функціонали. Опуклі множини і опуклі функціонали. Нормовані простори. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 11. Евклідові простори Означення та приклади. Існування ортогональних базисів. Нерівність Бесселя. Повні евклідові простори. Гільбертів простір. Комплексні евклідові простори. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 12. Ортогональні системи та ряди Фур'є Ортогональні системи функцій. Ряди по ортогональних системах. Тригонометричні ряди. Перетворення Фур'є. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 13. Лінійні функціонали Неперервні лінійні функціонали. неперервність, обмеженість, Спряжені простори. Слабка топологія і слабка збіжність. Узагальнені функції. | 1 | 2 | 6 |
| Тема 14. Лінійні оператори Означення і приклади. Неперервність і обмеженість. Сума і добуток операторів. лінійних Оборотні та обернені Операторів. оператори. Спряжені оператори. Спектр оператора. | 0,5 | 1 | 3 |
| Тема 15. Компактні оператори. Означення і приклади. Основні властивості компактних операторів. Компактні оператори в гільбертовому просторі. | 0,5 | 1 | 3 |
| ЗАГ.: | 10 | 20 | 60 |

6. Система оцінювання навчальної дисципліни

| | |
|-----------------------------|---|
| Загальна система оцінювання | 100 балівна – 100 балів протягом семестру; |
|-----------------------------|---|

| | |
|---|--|
| навчальної дисципліни | <p>“відмінно” – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p>“добре” – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв’язках;</p> <p>“задовільно” – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;</p> <p>“незадовільно” – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p> |
| Вимоги до письмових робіт | Відповідно до навчального плану, студент виконує одну контрольну роботу. Головна її мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв’язанні задач студент має детально вказувати, яким саме був хід його роздумів, якими формулами він користувався. |
| Практичні/Семінарські/Лабораторні заняття | Практичні заняття проводяться з метою формування у студентів умінь і навичок з навчальної дисципліни, розв’язання сформульованих задач, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов’язує теоретичне навчання і навчальну практику з дисципліни, а також передбачає попередній контроль знань студентів. Оцінка за практичне заняття враховується при виставленні підсумкової оцінки з дисципліни. |
| Умови допуску до підсумкового контролю | Накопичити не менше половини балів за кожно з форм оцінювання. |
| Підсумковий контроль | Форма підсумкового контролю – залік. Розподіл балів за окремими формами контролю: – оцінка за поточне тестування (20 балів); – оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (30 балів); |

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> – оцінка за контрольну роботу (30 балів); – оцінка за самостійну роботу (20 балів). |
| 7. Політика навчальної дисципліни | |
| <p>Письмові роботи: самостійне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);</p> <p>Академічна добросесність: посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.</p> <p>Відвідування занять: засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо). Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій.</p> <p>Неформальна освіта: можливість зарахування результатів неформальної освіти регламентується «Положенням про визнання результатів навчання, здобутих шляхом неформальної освіти в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника», ознайомитися з яким можна за посиланням: https://efund.cnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/24/2023/05/02-07.33_2022-polozhennia-pro-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-osvity-v-prykarpatskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-vasyilia-stefanyka.pdf</p> | |
| 8. Рекомендована література | |
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. - Число: видавничий проєкт (Серія "Університетська бібліотека"). - Львів : І.Е. Чижиков, 2012. - 589 с. 2. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу – К: Вища школа, 1974. – 456 с. 3. Федак І.В. Функціональний аналіз: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2011. – 120с. 4. Вагін П.П., Остудін Б.А., Шинкаренко Г.А. Основи функціонального аналізу: Курс лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 140с. 5. Dunford N., Schwartz J.T. Linear Operators, Part 1: General Theory. John Wiley & Sons, 1988. – 872 p. 6. Hille E., Phillips R.S. Functional Analysis and Semi-groups. American Mathematical Soc., 1996. – 808 p. 7. Kreyszig E. Introductory Functional Analysis with Applications, Wiley India Pvt. Limited, 2007. - 704 p. 8. Rudin W. Functional Analysis. McGraw-Hill, 1991. – 424 p. 9. Yosida K. Functional Analysis. Springer Science & Business Media, 2012. – 504 p. | |