

Міністерство освіти і науки України
Карпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Рівень вищої освіти Перший (бакалаврський)

Освітня програма Середня освіта (математика та інформатика)

Спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

Спеціалізація Середня освіта (математика та інформатика)

Галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол № 1 від 26 серпня 2025 р.

м. Івано-Франківськ – 2025

Зміст

1. Загальна інформація
2. Анотація до навчальної дисципліни
3. Мета та цілі навчальної дисципліни
4. Загальні і фахові компетентності
5. Програмні результати навчання
6. Організація навчання
7. Система оцінювання навчальної дисципліни
8. Політика навчальної дисципліни
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Рівняння з частинними похідними
Викладач	К. ф.-м. н., доцент Казмерчук А. І.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	anatolii.kazmerchuk@cnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції і практичні заняття
Обсяг дисципліни	3 кредити ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	seeq.pnu.edu.ua
Консультації	Вівторок, 15 ⁰⁰

2. Анотація навчальної дисципліни

У курсі навчальної дисципліни вивчаються основні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними; теорія задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською; класифікація рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині; аналітичні та геометричні методи розв'язування задач для рівнянь гіперболічного типу; аналітичні методи розв'язування задач для рівнянь параболічного та еліптичного типів. Також проводиться ознайомлення з основними результатами і методами теорії звичайних диференціальних рівнянь

3. Мета навчальної дисципліни

Викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, а саме, вивчення основних крайових задач для рівнянь з частинними похідними, сформувані у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь математичної фізики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- постановки основних задач для рівнянь математичної фізики,
- теорію задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською,
- класифікацію рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині,
- метод біжучих хвиль для рівняння струни,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння коливання струни,
- формули розв'язків задачі Коші для хвильового рівняння,

- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності,
- формулу розв'язків задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі,
- теорію гармонічних функцій,
- метод Фур'є,
- властивості розв'язків задачі Штурма-Ліувілля,
- теорію крайових задач для рівняння Пуассона,
- теорію узагальнених розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона,
- принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

вміти:

- ставити задачі для рівнянь математичної фізики,
- розв'язувати простіші рівняння у частинних похідних,
- розв'язувати задачі для рівняння струни за допомогою аналітичних і геометричних методів,
- визначати тип рівнянь другого порядку, лінійних в головній частині, в точці і на площині,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з неоднорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння теплопровідності однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними крайовими умовами,
- знаходити потенціали: об'ємні, поверхневі простого і подвійного шарів по заданому розподілу зарядів,
- застосовувати метод потенціалів до розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона,
- розв'язувати задачу Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутних областях,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в кругових областях,
- застосовувати метод функцій Гріна.

4. Загальні і фахові компетентності

- | |
|---|
| <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-2. Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК-4. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.</p> |
|---|

ФК-1. Наявність системи наукових знань із дисциплін фундаментальної та професійної підготовки та здатність до її застосування на практиці.
 ФК-2. Володіння спеціальною професійною термінологією та уміння її використовувати і передавати.
 ФК-10. Здатність використовувати систематизовані теоретичні й практичні знання педагогіки, психології та методики математики та інформатики у вирішенні професійних завдань майбутнього вчителя.

5. Програмні результати навчання

РН-9. Володіти системою наукових знань із дисциплін фундаментальної та професійної підготовки та вміти застосовувати її на практиці.
 РН-13. Виявляти готовність реалізувати рівневу та профільну диференціацію навчання математики.
 РН-14. Виявляти готовність формувати і розвивати математичну та цифрову компетентність учнів.
 РН-16. Розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими проблемами.

6. Організація навчання

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	10
Практичні	20
Самостійна робота	60

Ознака дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/вибіркова
014 Середня освіта (Математика), середня освіта (математика та інформатика)	перший (бакалаврський)	4-й	7(8)	вибіркова

Тематика навчальної дисципліни

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Тема 1. Предмет рівнянь з частинними похідними. Основні поняття: рівняння з частинними похідними (рчп), порядок рчп, лінійне рчп, квазілінійне рчп, класичний розв'язок рчп, характеристичні поверхні (характеристики) рчп.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Основні задачі теорії рчп. Коректність задач для рчп. Приклад Адамара.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Класифікація рчп другого порядку, лінійних в головній частині, в точці (гіперболічні, параболічні, еліптичні рчп другого порядку).	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Зведення до канонічного вигляду рчп другого порядку, лінійного в головній частині, на площині.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера. Метод біжучих хвиль.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Перша та друга мішані задачі для напівобмеженої струни. Методи парного і непарного продовження. Метод біжучих хвиль для першої та другої мішаних задач з	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

однорідними крайовими умовами.					
Контрольна робота					
Тема 7. Формули Кірхгофа розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для обмеженої струни. Задача Штурма-Ліувілля.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Постановка першої та другої крайових задач, задачі Коші для рівняння теплопровідності.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в обмежених та необмежених областях. Теореми єдиності розв'язку поставлених задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття,		До наступного заняття за розкладом

			1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		
Контрольна робота					
Тема 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 3 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 14. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 15. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 16. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 17. Теореми про середнє значення по сфері та по кулі для гармонічних функцій.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота		[1-9]			
Тема 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1 год. практ. зан., 3 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

Тема 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 24. Теорема про усувну особливість гармонічних функцій.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 27. Теорема про компактність сім'ї гармонічних функцій.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 28. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		
Контрольна робота					
Тестування/ колоквиум					
Підсумкове заняття					

7. Система оцінювання навчальної дисципліни

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок за кожен з таких видів робіт: 1) активна робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, виконання двох контрольних робіт, підсумковий контроль (залік), 2) активна робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, виконання двох контрольних робіт, тестування/колоквіум, підсумковий контроль (екзамен).
Практичні заняття	Максимальна оцінка за активну і змістовну роботу на практичних заняттях становить 5 балів.
Виконання домашніх завдань	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання домашніх завдань становить 5 балів.
Виконання контрольної роботи	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання завдань контрольної роботи становить 45(15) балів.
Тестування/колоквіум	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання завдань тестування/колоквіуму становить 10 балів.
Підсумковий контроль	Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
80 – 89	B	добре	
70 – 79	C		

60 – 69	D	задовільно	
50 – 59	E		
26 – 49	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

8. Політика навчальної дисципліни

Академічна доброчесність:

Очікується, що студенти будуть дотримуватися принципів академічної доброчесності, усвідомлюючи наслідки її порушення. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Відвідування занять:

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни. Студент зобов'язаний відпрацювати пропущене заняття - самостійно опрацювати електронні навчальні матеріали, розміщені в d-learn.

Неформальна освіта:

В курсі використовується неформальне навчання в якості самостійної роботи до кожної теми, яке зараховується на підставі отриманого сертифіката або прогресу.

9. Рекомендована література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). –Львів: Науковий світ, 2010
2. Положій Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959

3. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/
Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
5. Іванчов М.І., Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. Текст лекцій,
Львів: Тріада плюс, 2004.
6. Гринців Н.М., Іванчов М.І., Пабірівська Н.В., Збірник задач з рівнянь у
частинних похідних, Львів: ЛНУ, 2010
7. Courant, R. & Hilbert, D. Methods of Mathematical Physics, vol. II, New York:
Wiley-Interscience, 1962
8. John. F. Partial Differential Equations (4th ed.), New York: Springer-Verlag,
1982
9. Roubíček, T. Nonlinear Partial Differential Equations with Applications (PDF),
International Series of Numerical Mathematics, vol. 153 (2nd ed.), Basel, Boston,
Berlin: Birkhäuser, 2013

Викладач _____ Казмерчук А. І.